Universidade Católica de Brasília
Mestrado em Economia de Empresas

Macroeconomia Aplicada 2

Prof. Victor Gomes
Email: `victor@pos.ucb.br`
Homepage: `http://www.victorgomes.com.br/`

Lista 1

Programação Dinâmica

1. *Consumo com retorno aleatório.* Um consumidor procura maximizar

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

sujeito a

$$A_{t+1} = R_t(A_t - c_t)$$

tal que $t \geq 0$, A_0 dado, $0 < \beta < 1$, onde $u'(c) > 0, u''(c) < 0$. A_t são os ativos no início do período t, c é o consumo, e R_t é a taxa de retorno bruta dos ativos entre os períodos t e $t+1$, após isto uma decisão sobre o consumo deve ser tomada. Assuma que R_t deve ser governada por um processo de Markov de primeira ordem, com transições governadas pela $prob\{R_t \geq R' | R_{t-1} = R\} = F(R', R)$. A_t deve satisfazer $\lim_{t\to\infty} E_0 \beta^t A_t = 0$.

Neste problema as variáveis de estado são A_t e R_{t-1} e a variável de controle é $\hat{u}_t$. Note que $A_{t+1} = R_t(A_t - c_t) = R_t \hat{u}_t$. Escreva a equação de Bellman, encontre as condições de primeira ordem e os valores de estado estacionário relevantes.

2. *Persistência de hábito.* Considere o problema de escolher uma sequência de consumo que maximize:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (lnc_t + \lambda lnc_{t-1})$$

sujeito a

$$c_t + k_{t+1} \leq Ak_t^{\theta}$$

$$A, k_0 > 0, 0 < (\beta, \theta) < 1 \text{ e } c_{-1} \text{ dado.}$$

A função utilidade representa persistência de hábito no consumo. c é o consumo e k é o estoque de capital.

(a) Defina as variáveis de estado e controle.

(b) Monte a equação de Bellman bem definida.

(c) Encontre a solução de estado estacionário.

3. *Modelo de crescimento ótimo com a escolha trabalho-lazer*. Suponha que o agente representativo maximize a seguinte função objetivo

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$$

sujeito a

$$c_t + i_t \leq f(k_t, h_t)$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t$$

$$k_0 \text{ dado}, 0 < (\beta, \delta) < 1.$$

tal que l é o lazer e n o trabalho. Assuma que a dotação total de tempo da economia é igual a 1 e o agente pode escolher quanto tempo atribuir para o trabalho e quanto ele decide atribuir para o lazer. Portanto, ele deve obedecer a seguinte restrição: $1 = h_t + l_t$.

(a) Defina as variáveis de estado e controle.

(b) Monte a equação de Bellman bem definida.

(c) Encontre a solução de estado estacionário.

4. *Modelo de crescimento de dois setores*. O agente representativo deseja maximizar a seguinte função objetivo:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$$

o setor 1 produz bens de consumo usando capital, $k_{1,t}$, e trabalho, $n_{1,t}$ de acordo com a função de produção $c_t \leq f_1(k_{1,t}, n_{1,t})$. O setor 2 produz bens de capital de acordo com a seguinte função de produção

$k_{t+1} \leq f_2(k_{2,t}, n_{2,t})$. O emprego total da economia é $n_t = n_{1,t} + n_{2,t}$ e o lazer, l_t, estão sujeitos a dotação de tempo dos agentes $\bar{l}$ e deve satisfazer a seguinte restrição: $n_t + l_t \leq \bar{l}$. A total de capital usado na economia não pode exceder a soma do capital usado nos dois setores, $k_{1,t} + k_{2,t} \leq k_t$, para um k_0 dado.

(a) Defina as variáveis de estado e controle.

(b) Monte a equação de Bellman bem definida, ou seja, escreva o problema na forma de programação dinâmica.

(c) Encontre a solução de estado estacionário.

Brasília, 04/11/04.