Universidade de Brasília
Pós-Graduação em Economia

Econometria 1
Prof. Victor Gomes
Email: victorgomes@unb.br
Home-page: http://www.victorgomes.com.br/

Lista 2

Para o dia 07/11

1. (Exercício 1, Hayashi, p. 168) Faça z_n ser definido por

$$z_n = \begin{cases} 0 & \text{com probabilidade } (n-1)/n \\ n^2 & \text{com probabilidade } 1/n. \end{cases}$$

   Mostre que $\text{plim}_{n\to\infty} z_n = 0$ mas $\lim_{n\to\infty} \text{E}(z_n) = \infty$.

2. (Exercício 3, Hayashi, p. 168-9) Considere substituir a Hipótese 2.2 por

   Hipótese 2.2': $\{y_i, \boldsymbol{x}_i\}$ é uma amostra aleatória.

   e a Hipótese 2.5 por

   Hipótese 2.5': $\boldsymbol{S} \equiv \text{E}(\boldsymbol{g}_i \boldsymbol{g}_i')$ existe e é finito.

   Prove a seguinte versão simplificada da Proposição 2.1:

   Proposição 2.1 para Amostras Aleatórias: Sob Hipóteses 2.1, 2.3, 2.4 e 2.2', o estimador OLS $\boldsymbol{b}$ é consistente. Sob a hipótese adicional 2.5', o estimador OLS $\boldsymbol{b}$ é assintoticamente normal com $\text{Avar}(\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{xx}}^{-1} \boldsymbol{S} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{xx}}^{-1}$.

   (a) Mostre que este é um caso especial da proposição 2.1 do texto.

   (b) Forneça uma prova direta dessa proposição.

3. (Exercício 4, Hayashi, p. 169) Prove a Proposição 2.4.

4. (Exercício 10, Hayashi, p. 172) Faça $(\varepsilon_{-1}, \varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, ...)$ ser iid, com média zero e variância σ_ε^2. Considere um processo $(y_{-1}, y_0, y_1, y_2, ...)$ gerado por

$$y_{-1} = \varepsilon_{-1}, y_0 = \varepsilon_0 + \theta_1 \varepsilon_{-1}, y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \qquad (t = 1, 2, ...).$$

(a) Mostre que $(y_1, y_2, ...)$ é covariância-estacionário. Derive as expressões para as autocovariâncias $\gamma_j (j = 0, 1, 2, ...)$. (b) Faça

$$r_{tj} \equiv \mathrm{E}(y_t \mid y_{t-j}, y_{t-j-1}, ..., y_0, y_{-1}) - \mathrm{E}(y_t \mid y_{t-j-1}, y_{t-j-2}, ..., y_0, y_{-1})$$

tal que $(t = j, j+1, ...; j = 0, 1, 2)$. Mostre que $r_0 = \varepsilon_t$, $r_{t1} = \theta_1 \varepsilon_{t-1}$, $r_{t3} = 0, r_{t4} = 0, ...$ (c) Faça

$$\bar{y_n} \equiv \frac{1}{n}(y_1 + y_2 + ... + y_n).$$

Mostre que

$$\mathrm{Var}(\sqrt{n}\bar{y}_n) = \gamma_0 + 2[(1 + 1/n)\gamma_1 + (1 - 2/n)\gamma_2].$$

(d) Como $\{y_t\}$ não é iid, o teorema central do limite de Lindeberg-Levy não é aplicável. Entrentanto, será mostrado que $\sqrt{n}\bar{y}_n$, converge em distribuição para uma v.a. normal. Qual a média da distribuição limitadora? Qual a variância da distribuição limite $(\mathrm{Avar}(\bar{y_n}))$?

5. Na Hipótese da Renda Permante de **Friedman**, considere a regressão de C_i contra uma constante e Y_i. Derive o plim do estimador OLS do coeficiente de Y_i nessa regressao com uma constante.