Universidade de Brasília

Programa de Pós-Graduação em Economia

Econometria 1

2007

Prof. Victor Gomes

Nome:

Avaliação Parcial

1. (3 pontos) Considere o modelo de regressao $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t$ tal que $E(u_t^2 \mid x_t) = \exp(\alpha_1 + \alpha_2 x_t)$ e $E[\log(u_t^2) \mid x_t] = \alpha_3 + \alpha_1 x_t$. Responda:

   (a) Escreva as expressões do estimador OLS de β_1 e β_2.

   (b) Escreva as expressões do erro-padrão heterocedasticidade-robusto ou de White para as estimativas acima.

   (c) Assumindo que os valores dos parâmetros $(\beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)'$ não são conhecidos mas são estimados, forneça a expressão para a estimativa GLS de β_1 e β_2.

   (d) Escreva uma expressão para uma estimativa do erro-padrão a partir dos valores estimados de $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$ que você propôs no item (c).

   (e) Você pode comparar o plim do erro-padrão de b_2 que você propôs em (b) com o plim do erro-padrão para $\hat{\beta}_2$ que você propôs em (c)?

2. (3 pontos) Considere o modelo de regressão $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \varepsilon$, tal que $\boldsymbol{y}$ é um vetor $(T \times 1)$ de observações, $\boldsymbol{X}$ é uma matriz de observações $(T \times k)$ contendo as variáveis explicativas – cujo posto é k – e ε é um vetor $(T \times 1)$ contendo os resíduos, tal que $\mathrm{E}(\varepsilon \mid \boldsymbol{X}) = 0$ e $\mathrm{E}(\varepsilon\varepsilon' \mid \boldsymbol{X}) = \sigma^2 V(\boldsymbol{X})$, para uma matriz $V(\boldsymbol{X})$ simétrica positiva semidefinida.

   (a) Mostre que o estimador $\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}$ não é viesado.

   (b) Escreva a fórmula do estimador de $\boldsymbol{\beta}$ que não é viesado, linear em $\boldsymbol{y}$, e possui a menor variância de qualquer estimador não viesado de $\boldsymbol{\beta}$.

   (c) Calcule $\mathrm{E}\left[(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{\beta})' \mid \boldsymbol{X}\right]$.

   (d) Forneça a fórmula para a estatística t que deveria se usar para testar a hipótese $\beta_1 = 0$, tal que β_1 representa o primeiro elemento do vetor $\boldsymbol{\beta}$.

   (e) Quais hipóteses adicionais devem ser feitas para garantir que o teste do item anterior possui uma distribuição t? Quantos graus de liberdade essa estatística deve possuir?

3. (2 pontos) Prove a Proposição 2.10 – teste de correlação seriada com regressores pré-determinados (Hayashi, p. 146):

Suponha que as hips 2.1, 2.2, 2.4 e as novas hipóteses anteriores são satisfeitas. Faça a auto-correlação amostral do resíduo OLS, $\hat{\rho}_j$, seja definido como em $\hat{\rho}_j \equiv \frac{\hat{\gamma}_j}{\hat{\gamma}_0} \qquad (j = 1, 2, ...)$, então

$$\sqrt{n}\hat{\boldsymbol{\gamma}} \to_d N(\mathbf{0}, \sigma^4 \boldsymbol{I}_p - \boldsymbol{\Phi}) \text{ e } \sqrt{n}\hat{\rho} \to_d N(\mathbf{0}, \boldsymbol{I}_p - \boldsymbol{\Phi}),$$

tal que $\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, ..., \hat{\gamma}_p)'$, $\hat{\boldsymbol{\rho}} = (\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, ..., \hat{\rho}_p)'$, e $\phi_{jk} \equiv (\boldsymbol{\Phi})_{(j,k)}$ é dado por

$$\phi_{jk} = \mathrm{E}(\boldsymbol{x}_t \varepsilon_{t-j})' \mathrm{E}(\boldsymbol{x}_t \boldsymbol{x}_t)^{-1} \mathrm{E}(\boldsymbol{x}_t \varepsilon_{t-k}) / \sigma^2.$$

4. (2 pontos) Gostaríamos de estimar o seguinte modelo:

$$y_t = x_{1t}\beta_1 + x_{2t} + \varepsilon_t, \qquad t = 1, ..., T$$

tal que $\mathrm{E}(\varepsilon_t \mid x_t) = 0$, $x_t = [x_{1t} : x_{2t}]$, $\mathrm{E}(\varepsilon_t^2 \mid x_t) = x_{1t}^2\alpha_1 + x_{2t}^2\alpha_2$, e $\mathrm{E}(\varepsilon_t\varepsilon_s \mid x_t x_s) = 0$ para qualquer $t \neq s$. Além disso, x_{1t} e x_{2t} são 1×1. Suponha que você roda um OLS:

   (a) Derive a distribuição assintótica de $\hat{\beta}_{OLS}$.

   (b) Como é a estimativa assintótica da matriz de variância de $\hat{\beta}_{OLS}$?

   (c) Como você deve testar a hipótese $\beta_1/\beta_2 = 1$?

Boa Sorte.